

Mathématiques en technologies de l'information

Mathématiques en technologies de l'information

$$A \times B = C$$

A

A_{11}	A_{12}	A_{13}	...	A_{1n}
A_{21}	A_{22}	A_{23}	...	A_{2n}
A_{31}	A_{32}	A_{33}	...	A_{3n}
...
A_{m1}	A_{m2}	A_{m3}	...	A_{mn}

B

B_{11}	B_{12}	B_{13}	...	B_{1p}
B_{21}	B_{22}	B_{23}	...	B_{2p}
B_{31}	B_{32}	B_{33}	...	B_{3p}
...
B_{n1}	B_{n2}	B_{n3}	...	B_{np}

X

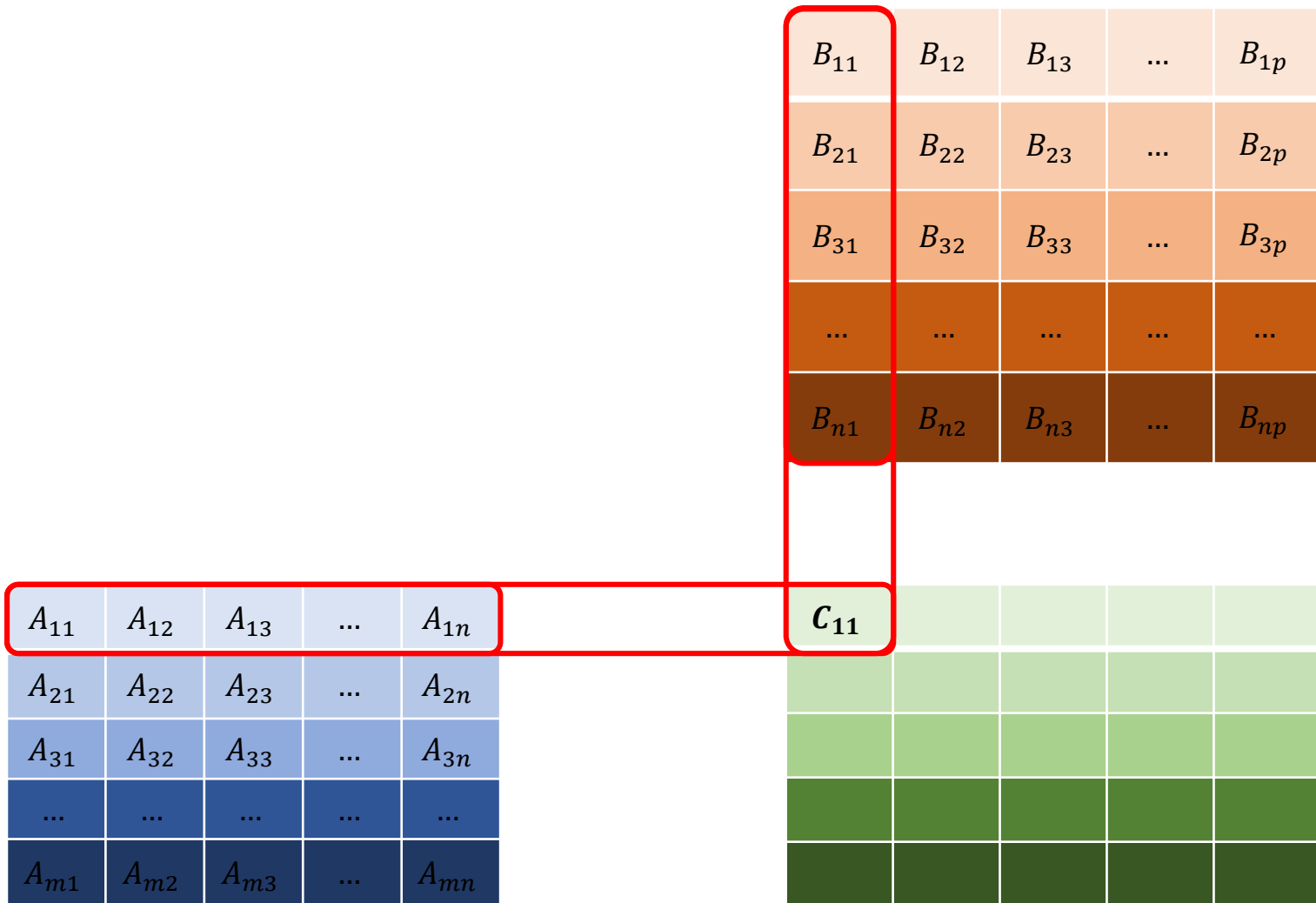
A_{11}	A_{12}	A_{13}	...	A_{1n}
A_{21}	A_{22}	A_{23}	...	A_{2n}
A_{31}	A_{32}	A_{33}	...	A_{3n}
...
A_{m1}	A_{m2}	A_{m3}	...	A_{mn}

X

B_{11}	B_{12}	B_{13}	...	B_{1p}
B_{21}	B_{22}	B_{23}	...	B_{2p}
B_{31}	B_{32}	B_{33}	...	B_{3p}
...
B_{n1}	B_{n2}	B_{n3}	...	B_{np}

B_{11}	B_{12}	B_{13}	...	B_{1p}
B_{21}	B_{22}	B_{23}	...	B_{2p}
B_{31}	B_{32}	B_{33}	...	B_{3p}
...
B_{n1}	B_{n2}	B_{n3}	...	B_{np}

A_{11}	A_{12}	A_{13}	...	A_{1n}
A_{21}	A_{22}	A_{23}	...	A_{2n}
A_{31}	A_{32}	A_{33}	...	A_{3n}
...
A_{m1}	A_{m2}	A_{m3}	...	A_{mn}



$$C_{11} = A_{11} \times B_{11} + A_{12} \times B_{21} + \dots + A_{1n} \times B_{n1}$$

B_{11}	B_{12}	B_{13}	...	B_{1p}
B_{21}	B_{22}	B_{23}	...	B_{2p}
B_{31}	B_{32}	B_{33}	...	B_{3p}
...
B_{n1}	B_{n2}	B_{n3}	...	B_{np}

A_{11}	A_{12}	A_{13}	...	A_{1n}
A_{21}	A_{22}	A_{23}	...	A_{2n}
A_{31}	A_{32}	A_{33}	...	A_{3n}
...
A_{m1}	A_{m2}	A_{m3}	...	A_{mn}

C_{11}	C_{12}			

$$C_{12} = A_{11} \times B_{12} + A_{12} \times B_{22} + \dots + A_{1n} \times B_{n2}$$

B_{11}	B_{12}	B_{13}	...	B_{1p}
B_{21}	B_{22}	B_{23}	...	B_{2p}
B_{31}	B_{32}	B_{33}	...	B_{3p}
...
B_{n1}	B_{n2}	B_{n3}	...	B_{np}

A_{11}	A_{12}	A_{13}	...	A_{1n}
A_{21}	A_{22}	A_{23}	...	A_{2n}
A_{31}	A_{32}	A_{33}	...	A_{3n}
...
A_{m1}	A_{m2}	A_{m3}	...	A_{mn}

C_{11}	C_{12}	C_{13}		

$$C_{13} = A_{11} \times B_{13} + A_{12} \times B_{23} + \dots + A_{1n} \times B_{n3}$$

B_{11}	B_{12}	B_{13}	...	B_{1p}
B_{21}	B_{22}	B_{23}	...	B_{2p}
B_{31}	B_{32}	B_{33}	...	B_{3p}
...
B_{n1}	B_{n2}	B_{n3}	...	B_{np}

A_{11}	A_{12}	A_{13}	...	A_{1n}		C_{11}	C_{12}	C_{13}	...	C_{1p}
A_{21}	A_{22}	A_{23}	...	A_{2n}						
A_{31}	A_{32}	A_{33}	...	A_{3n}						
...						
A_{m1}	A_{m2}	A_{m3}	...	A_{mn}						

$$C_{1p} = A_{11} \times B_{1p} + A_{12} \times B_{2p} + \dots + A_{1n} \times B_{np}$$

A_{11}	A_{12}	A_{13}	...	A_{1n}
A_{21}	A_{22}	A_{23}	...	A_{2n}
A_{31}	A_{32}	A_{33}	...	A_{3n}
...
A_{m1}	A_{m2}	A_{m3}	...	A_{mn}

B_{11}	B_{12}	B_{13}	...	B_{1p}
B_{21}	B_{22}	B_{23}	...	B_{2p}
B_{31}	B_{32}	B_{33}	...	B_{3p}
...
B_{n1}	B_{n2}	B_{n3}	...	B_{np}

C_{11}	C_{12}	C_{13}	...	C_{1p}
C_{21}				

$$C_{21} = A_{21} \times B_{12} + A_{22} \times B_{21} + \dots + A_{2n} \times B_{n1}$$

A_{11}	A_{12}	A_{13}	...	A_{1n}
A_{21}	A_{22}	A_{23}	...	A_{2n}
A_{31}	A_{32}	A_{33}	...	A_{3n}
...
A_{m1}	A_{m2}	A_{m3}	...	A_{mn}

B_{11}	B_{12}	B_{13}	...	B_{1p}
B_{21}	B_{22}	B_{23}	...	B_{2p}
B_{31}	B_{32}	B_{33}	...	B_{3p}
...
B_{n1}	B_{n2}	B_{n3}	...	B_{np}

C_{11}	C_{12}	C_{13}	...	C_{1p}
C_{21}	C_{22}			

$$C_{22} = A_{21} \times B_{12} + A_{22} \times B_{22} + \dots + A_{2n} \times B_{n2}$$

B_{11}	B_{12}	B_{13}	...	B_{1p}
B_{21}	B_{22}	B_{23}	...	B_{2p}
B_{31}	B_{32}	B_{33}	...	B_{3p}
...
B_{n1}	B_{n2}	B_{n3}	...	B_{np}

A_{11}	A_{12}	A_{13}	...	A_{1n}
A_{21}	A_{22}	A_{23}	...	A_{2n}
A_{31}	A_{32}	A_{33}	...	A_{3n}
...
A_{m1}	A_{m2}	A_{m3}	...	A_{mn}

C_{22}

C_{11}	C_{12}	C_{13}	...	C_{1p}
C_{21}	C_{22}	C_{23}	...	C_{2p}

$$C_{2p} = A_{21} \times B_{1p} + A_{22} \times B_{2p} + \dots + A_{2n} \times B_{np}$$

B_{11}	B_{12}	B_{13}	...	B_{1p}
B_{21}	B_{22}	B_{23}	...	B_{2p}
B_{31}	B_{32}	B_{33}	...	B_{3p}
...
B_{n1}	B_{n2}	B_{n3}	...	B_{np}

A_{11}	A_{12}	A_{13}	...	A_{1n}
A_{21}	A_{22}	A_{23}	...	A_{2n}
A_{31}	A_{32}	A_{33}	...	A_{3n}
...
A_{m1}	A_{m2}	A_{m3}	...	A_{mn}

C_{22}

C_{11}	C_{12}	C_{13}	...	C_{1p}
C_{21}	C_{22}	C_{23}	...	C_{2p}
			C_{ij}	

$$C_{ij} = A_{i1} \times B_{1j} + A_{i2} \times B_{2j} + \dots + A_{in} \times B_{nj}$$

A

1	2	-1	5	8
0	3	1	-2	6
3	1	0	-4	1

B

1	4
-1	5
3	6
2	-4
11	9

X

1	2	-1	5	8
0	3	1	-2	6
3	1	0	-4	1

1	4
-1	5
3	6
2	-4
11	9

1	4
-1	5
3	6
2	-4
11	9

1	2	-1	5	8	94	60
0	3	1	-2	6		
3	1	0	-4	1		

$$\begin{aligned} C_{12} &= 1 \times 4 + 2 \times 5 + (-1) \times 6 + 5 \times (-4) + 8 \times 9 \\ &= 4 + 10 - 6 - 20 + 72 = 60 \end{aligned}$$

1	2	-1	5	8	94	60
0	3	1	-2	6	62	
3	1	0	-4	1		

1	4
-1	5
3	6
2	-4
11	9

$$\begin{aligned}
 C_{21} &= 0 \times 1 + 3 \times (-1) + 1 \times 3 + (-2) \times 2 + 6 \times 11 \\
 &= 0 - 3 + 3 + 4 + 66 = 62
 \end{aligned}$$

1	4
-1	5
3	6
2	-4
11	9

1	2	-1	5	8	94	60
0	3	1	-2	6	62	83
3	1	0	-4	1		

$$\begin{aligned} C_{22} &= 0 \times 4 + 3 \times 5 + 1 \times 6 + (-2) \times (-4) + 6 \times 9 \\ &= 0 + 15 + 6 + 8 + 54 = 83 \end{aligned}$$

1	2	-1	5	8	94	60
0	3	1	-2	6	62	83
3	1	0	-4	1	5	

1	4
-1	5
3	6
2	-4
11	9

$$\begin{aligned}
 C_{31} &= 3 \times 1 + 1 \times (-1) + 0 \times 3 + (-4) \times 2 + 1 \times 11 \\
 &= 3 - 1 + 0 - 8 + 11 = 5
 \end{aligned}$$

1	4
-1	5
3	6
2	-4
11	9

1	2	-1	5	8	94	60
0	3	1	-2	6	62	83
3	1	0	-4	1	5	42

$$\begin{aligned}
 C_{32} &= 3 \times 4 + 1 \times 5 + 0 \times 6 + (-4) \times (-4) + 1 \times 9 \\
 &= 12 + 5 + 0 + 16 + 9 = 42
 \end{aligned}$$

A

1	2	-1	5	8
0	3	1	-2	6
3	1	0	-4	1

X

B

1	4
-1	5
3	6
2	-4
11	9

=

C

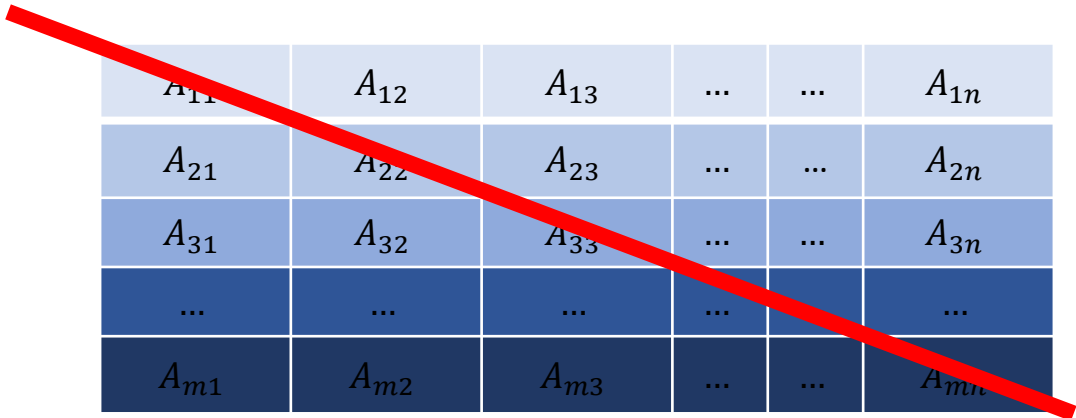
94	60
62	83
5	42

Transposée d'une matrice

La transposée d'une matrice A , notée A^T , s'obtient par symétrie axiale par rapport à la diagonale principale. Autrement dit

$$A_{ij}^T = A_{ji}$$

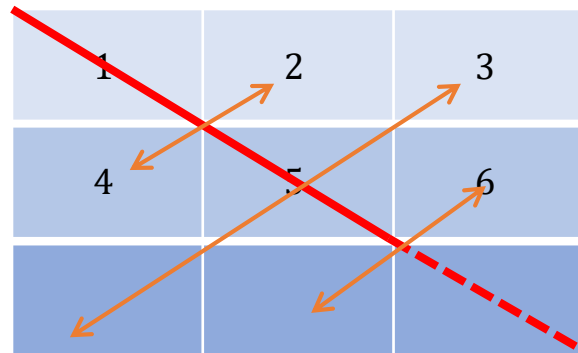
Transposée d'une matrice



A_{11}	A_{12}	A_{13}	A_{1n}
A_{21}	A_{22}	A_{23}	A_{2n}
A_{31}	A_{32}	A_{33}	A_{3n}
...
A_{m1}	A_{m2}	A_{m3}	A_{mn}

A_{11}	A_{21}	A_{31}	...	A_{m1}
A_{12}	A_{22}	A_{23}	...	A_{m2}
A_{13}	A_{32}	A_{33}	...	A_{m3}
...
...
A_{1n}	A_{2n}	A_{3n}	...	A_{mn}

Exercice: transposez
la matrice suivante



1	4
2	5
3	6

Inversibilité d'une matrice

Une matrice est dite inversible
s'il existe une matrice inverse
telle que

$$A A^{-1} = A^{-1} A = I_n$$

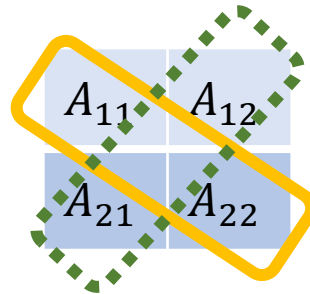
Notes:

- La matrice doit être carrée,
- Le ***déterminant*** de la matrice doit être non-nul.

Déterminant 2x2:

- Soit A une matrice carrée de taille 2×2 , nous définissons le **déterminant** de la matrice A comme

$$\det(A) = |A| = a_{11} \cdot a_{22} - a_{21} \cdot a_{12}$$



Déterminant 3x3:

- Soit A une matrice carrée de taille 3×3 , nous définissons le **déterminant** de la matrice A comme

$$\det(A) = |A| = \sum_{j=1}^3 a_{ij} \cdot (-1)^{i+j} \cdot \det(A_{ij}).$$

- Le terme $(-1)^{i+j} \cdot \det(A_{ij})$ est appelé le **cofacteur** de a_{ij} ,
- $\det(A_{ij})$ est appelé le **mineur** de a_{ij} , correspond au déterminant de la matrice de dimension 2×2 obtenue en supprimant la ligne i et la colonne j de la matrice A .
- Il suffit de choisir une ligne i et faire le développement, par exemple la ligne 1

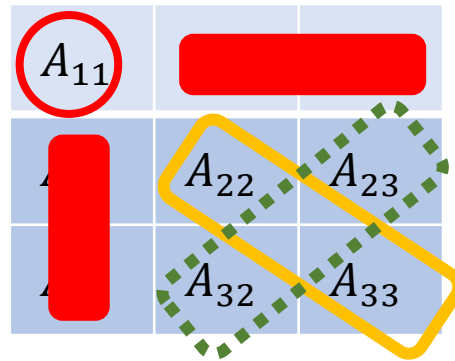
$$\begin{aligned} \det(A) = |A| &= \sum_{j=1}^3 a_{1j} \cdot (-1)^{1+j} \cdot \det(A_{1j}) \\ &= a_{11} \cdot \det(A_{11}) - a_{12} \det(A_{12}) + a_{13} \det(A_{13}) \end{aligned}$$

Déterminant 3x3:

A_{11}	A_{12}	A_{13}
A_{21}	A_{22}	A_{23}
A_{31}	A_{32}	A_{33}

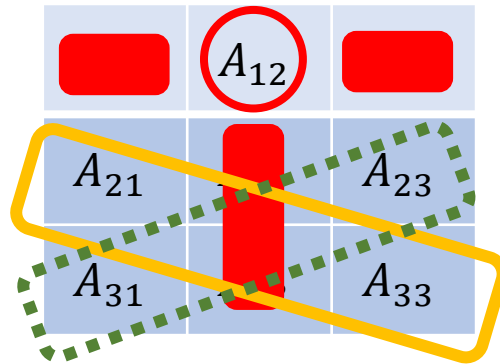
$$\begin{aligned}\det(A) = |A| &= (-1)^{1+1}a_{11} \cdot \det(A_{11}) + (-1)^{1+2}a_{12} \det(A_{12}) + (-1)^{1+3}a_{13} \det(A_{13}) \\ &= a_{11} \cdot \det(A_{11}) - a_{12} \det(A_{12}) + a_{13} \det(A_{13})\end{aligned}$$

Déterminant 3x3:



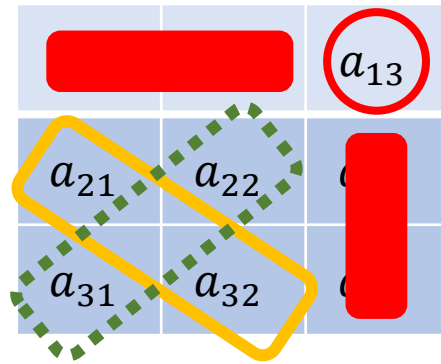
$$a_{11} \cdot \det(A_{11}) = a_{11} \cdot (a_{22} \cdot a_{33} - a_{32} \cdot a_{23})$$

Déterminant 3x3:



$$a_{12} \cdot \det(A_{12}) = a_{12} \cdot (a_{21} \cdot a_{33} - a_{31} \cdot a_{23})$$

Déterminant 3x3:



$$a_{13} \cdot \det(A_{13}) = a_{13} \cdot (a_{21} \cdot a_{32} - a_{31} \cdot a_{22})$$

Déterminant 3x3:

$$\det(A) = a_{11} \cdot \det(A_{11}) - a_{12} \det(A_{12}) + a_{13} \det(A_{13})$$

$$= a_{11} \cdot (a_{22} \cdot a_{33} - a_{32} \cdot a_{23}) - a_{12} \cdot (a_{21} \cdot a_{33} - a_{31} \cdot a_{23}) + a_{13} \cdot (a_{21} \cdot a_{32} - a_{31} \cdot a_{22})$$

Déterminant général:

- Soit A une matrice carrée de taille $n \times n$, nous définissons le **déterminant** de la matrice A comme

$$\det(A) = |A| = \sum_{j=1}^n a_{ij} \cdot (-1)^{i+j} \cdot \det(A_{ij}).$$

- Le terme $(-1)^{i+j} \cdot \det(A_{ij})$ est appelé le **cofacteur** de a_{ij} ,
- $\det(A_{ij})$ est appelé le **mineur** de a_{ij} .

Exercices:

- Calculer le déterminant des matrices suivantes

1. $\det \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}$

2. $\det \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}$

3. $\det \begin{pmatrix} 1 & 4 & 0 \\ 2 & 5 & 0 \\ 3 & 6 & 0 \end{pmatrix}$

4. $\det \begin{pmatrix} -2 & 2 & -3 \\ -1 & 1 & 3 \\ 2 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

Exercices – Solutions:

- Calculer le déterminant des matrices suivantes

$$1. \det \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -4 \end{pmatrix} = -4 - 6 = -10$$

$$2. \det \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 6 \end{pmatrix} = 6 - 6 = 0$$

$$3. \det \begin{pmatrix} 1 & 4 & 0 \\ 2 & 5 & 0 \\ 3 & 6 & 0 \end{pmatrix} = 0 \det(A_{13}) - 0 \det(A_{23}) + 0 \det(A_{33}) = 0$$

$$4. \det \begin{pmatrix} -2 & 2 & -3 \\ -1 & 1 & 3 \\ 2 & 0 & -1 \end{pmatrix} = -2 \det(A_{12}) + 1 \det(A_{22}) + 0 \det(A_{23})$$
$$= -2(1 - 6) + 1(2 + 6) = 10 + 8 = 18$$

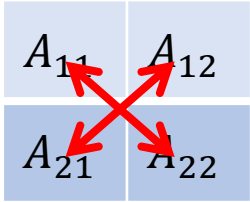
Inversion de matrice

Soit une matrice carrée A de dimension 2×2 et de déterminant non-nul, alors on calcule la matrice inverse A^{-1} de façon suivante :

$$A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} \text{com}A^T$$

Où $\text{com}A$ est la **comatrice** (ou **matrice adjointe**) de A et $\text{com}A^T$ est la **transposée** de la comatrice de A .

Comatrice de la matrice 2x2

$$A = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix}$$


$$\text{com}A = \begin{bmatrix} A_{22} & -A_{21} \\ -A_{12} & A_{11} \end{bmatrix}$$

Comatrice de la matrice $n \times n$

$$\text{com}A_{ij} = (-1)^{i+j} \det(A_{ij})$$

+	-	+	$(-1)^{1+n}$
-	+	-	$(-1)^{2+n}$
+	-	+	$(-1)^{3+n}$
...	$(-1)^{2+n}$
$(-1)^{n+1}$	$(-1)^{n+2}$	$(-1)^{n+3}$	$(-1)^{n+n}$

Comatrice de la matrice 3x3

A

A_{11}	A_{12}	A_{13}
A_{21}	A_{22}	A_{23}
A_{31}	A_{32}	A_{33}

$comA$

$a_{22}a_{33} - a_{32}a_{13}$	$-a_{21}a_{33} + a_{31}a_{13}$	$a_{21}a_{32} - a_{31}a_{23}$
$-a_{12}a_{33} + a_{32}a_{13}$	$a_{11}a_{33} + a_{31}a_{13}$	$a_{11}a_{32} + a_{31}a_{12}$
$a_{12}a_{13} - a_{22}a_{13}$	$-a_{11}a_{13} + a_{21}a_{13}$	$a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}$

Comatrice de la matrice 3x3

A






A_{11}		
	A_{22}	A_{23}
	A_{32}	A_{33}

$comA$

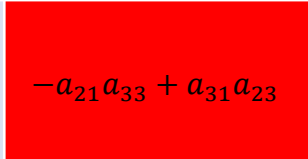
$a_{22}a_{33} - a_{32}a_{23}$	$-a_{21}a_{33} + a_{31}a_{23}$	$a_{21}a_{32} - a_{31}a_{22}$
$-a_{12}a_{33} + a_{32}a_{13}$	$a_{11}a_{33} - a_{31}a_{13}$	$-a_{11}a_{32} + a_{31}a_{12}$
$a_{12}a_{23} - a_{22}a_{13}$	$-a_{11}a_{23} + a_{21}a_{13}$	$a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}$

Comatrice de la matrice 3x3

A




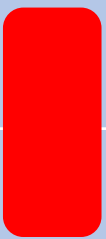
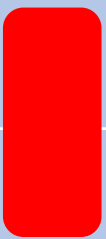
		
A_{21}		A_{23}
A_{31}		A_{33}

$comA$

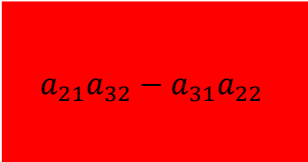
$a_{22}a_{33} - a_{32}a_{23}$		$a_{21}a_{32} - a_{31}a_{22}$
$-a_{12}a_{33} + a_{32}a_{13}$	$a_{11}a_{33} - a_{31}a_{13}$	$-a_{11}a_{32} + a_{31}a_{12}$
$a_{12}a_{23} - a_{22}a_{13}$	$-a_{11}a_{23} + a_{21}a_{13}$	$a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}$

Comatrice de la matrice 3x3

A



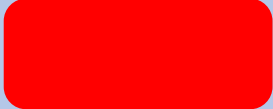

		
A_{21}	A_{22}	
A_{31}	A_{32}	

$comA$

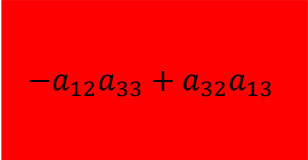
$a_{22}a_{33} - a_{32}a_{23}$	$-a_{21}a_{33} + a_{31}a_{23}$	
$-a_{12}a_{33} + a_{32}a_{13}$	$a_{11}a_{33} - a_{31}a_{13}$	$-a_{11}a_{32} + a_{31}a_{12}$
$a_{12}a_{23} - a_{22}a_{13}$	$-a_{11}a_{23} + a_{21}a_{13}$	$a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}$

Comatrice de la matrice 3x3

A

	A_{12}	A_{13}
		
	A_{32}	A_{33}

$comA$

$a_{22}a_{33} - a_{32}a_{23}$	$-a_{21}a_{33} + a_{31}a_{23}$	$a_{21}a_{32} - a_{31}a_{22}$
 $-a_{12}a_{33} + a_{32}a_{13}$	$a_{11}a_{33} - a_{31}a_{13}$	$-a_{11}a_{32} + a_{31}a_{12}$
$a_{12}a_{23} - a_{22}a_{13}$	$-a_{11}a_{23} + a_{21}a_{13}$	$a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}$

Comatrice de la matrice 3x3

A





A_{11}		A_{13}
	A_{22}	
A_{31}		A_{33}

$comA$

$a_{22}a_{33} - a_{32}a_{23}$	$-a_{21}a_{33} + a_{31}a_{23}$	$a_{21}a_{32} - a_{31}a_{22}$
$-a_{12}a_{33} + a_{32}a_{13}$	$a_{11}a_{33} - a_{31}a_{13}$	$-a_{11}a_{32} + a_{31}a_{12}$
$a_{12}a_{23} - a_{22}a_{13}$	$-a_{11}a_{23} + a_{21}a_{13}$	$a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}$

Comatrice de la matrice 3x3

A

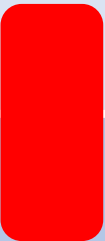

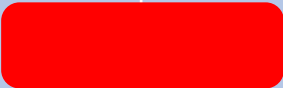
A_{11}	A_{12}	
		A_{23}
A_{31}	A_{32}	

$comA$

$a_{22}a_{33} - a_{32}a_{23}$	$-a_{21}a_{33} + a_{31}a_{23}$	$a_{21}a_{32} - a_{31}a_{22}$
$-a_{12}a_{33} + a_{32}a_{13}$	$a_{11}a_{33} - a_{31}a_{13}$	$-a_{11}a_{32} + a_{31}a_{12}$
$a_{12}a_{23} - a_{22}a_{13}$	$-a_{11}a_{23} + a_{21}a_{13}$	$a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}$

Comatrice de la matrice 3x3

A

	A_{12}	A_{13}
	A_{22}	A_{23}
A_{31}		

$comA$

$a_{22}a_{33} - a_{32}a_{23}$	$-a_{21}a_{33} + a_{31}a_{23}$	$a_{21}a_{32} - a_{31}a_{22}$
$-a_{12}a_{33} + a_{32}a_{13}$	$a_{11}a_{33} - a_{31}a_{13}$	$-a_{11}a_{32} + a_{31}a_{12}$
$a_{12}a_{23} - a_{22}a_{13}$	$-a_{11}a_{23} + a_{21}a_{13}$	$a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}$

Comatrice de la matrice 3x3

A

A_{11}		A_{13}
A_{21}		A_{23}
	A_{32}	

$comA$

$a_{22}a_{33} - a_{32}a_{23}$	$-a_{21}a_{33} + a_{31}a_{23}$	$a_{21}a_{32} - a_{31}a_{22}$
$-a_{12}a_{33} + a_{32}a_{13}$	$a_{11}a_{33} - a_{31}a_{13}$	$-a_{11}a_{32} + a_{31}a_{12}$
$a_{12}a_{23} - a_{22}a_{13}$	$-a_{11}a_{23} + a_{21}a_{13}$	$a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}$

Comatrice de la matrice 3x3

A

A_{11}	A_{12}	
A_{21}	A_{22}	
		A_{33}

$comA$

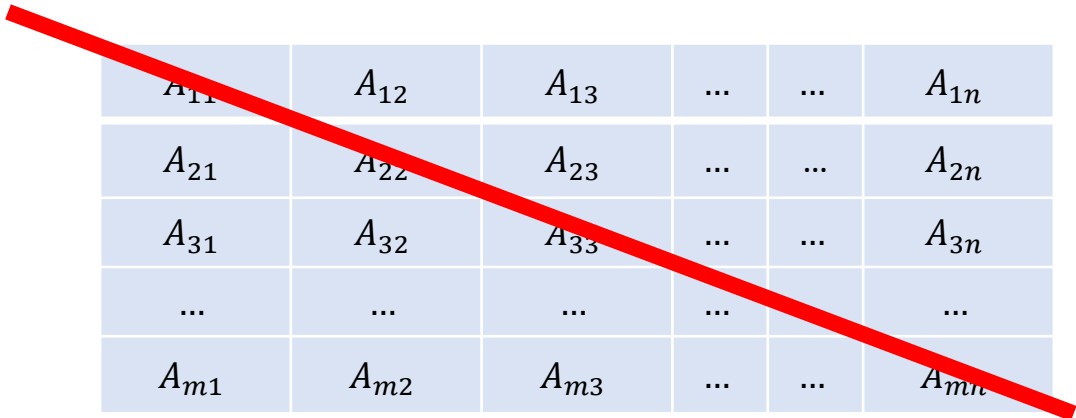
$a_{22}a_{33} - a_{32}a_{23}$	$-a_{21}a_{33} + a_{31}a_{23}$	$a_{21}a_{32} - a_{31}a_{22}$
$-a_{12}a_{33} + a_{32}a_{13}$	$a_{11}a_{33} - a_{31}a_{13}$	$-a_{11}a_{32} + a_{31}a_{12}$
$a_{12}a_{23} - a_{22}a_{13}$	$-a_{11}a_{23} + a_{21}a_{13}$	$a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}$

Transposée d'une matrice

La transposée d'une matrice A , notée A^T , s'obtient par symétrie axiale par rapport à la diagonale principale. Autrement dit

$$A_{ij}^T = A_{ji}$$

Transposée d'une matrice



A_{11}	A_{12}	A_{13}	A_{1n}
A_{21}	A_{22}	A_{23}	A_{2n}
A_{31}	A_{32}	A_{33}	A_{3n}
...
A_{m1}	A_{m2}	A_{m3}	A_{mn}

A_{11}	A_{21}	A_{31}	...	A_{m1}
A_{12}	A_{22}	A_{32}	...	A_{m2}
A_{13}	A_{23}	A_{33}	...	A_{m3}
...
...
A_{1n}	A_{2n}	A_{3n}	...	A_{nm}

Comatrice transposée $comA^T$

A

A_{11}	A_{12}
A_{21}	A_{22}

$comA^T$

A_{22}	$-A_{12}$
$-A_{21}$	A_{11}

A_{11}	A_{12}	A_{13}
A_{21}	A_{22}	A_{23}
A_{31}	A_{32}	A_{33}

$a_{22}a_{33} - a_{32}a_{23}$	$-a_{12}a_{33} + a_{32}a_{13}$	$a_{12}a_{23} - a_{22}a_{13}$
$-a_{21}a_{33} + a_{31}a_{23}$	$a_{11}a_{33} - a_{31}a_{13}$	$-a_{11}a_{23} + a_{21}a_{13}$
$a_{21}a_{32} - a_{31}a_{22}$	$-a_{11}a_{32} + a_{31}a_{12}$	$a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}$

Exercices:

- Calculer la matrice inverse des matrices suivantes

1. $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}^{-1}$

2. $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}^{-1}$

3. $\begin{pmatrix} 1 & 4 & 0 \\ 2 & 5 & 0 \\ 3 & 6 & 0 \end{pmatrix}^{-1}$

4. $\begin{pmatrix} -2 & 2 & -3 \\ -1 & 1 & 3 \\ 2 & 0 & -1 \end{pmatrix}^{-1}$

5. $\begin{pmatrix} -2 & 2 & -3 & 3 \\ -1 & 1 & 3 & -1 \\ 2 & 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}^{-1}$

Exercices - Solutions:

- Calculer la matrice inverse des matrices suivantes

$$1. \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} 0.4 & 0.2 \\ 0.3 & -0.1 \end{pmatrix}$$

$$2. \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}^{-1} \Rightarrow \text{cette matrice n'est pas inversible car } \det(A) = 0.$$

$$3. \begin{pmatrix} 1 & 4 & 0 \\ 2 & 5 & 0 \\ 3 & 6 & 0 \end{pmatrix}^{-1} \Rightarrow \text{cette matrice n'est pas inversible car } \det(A) = 0.$$

$$4. \begin{pmatrix} -2 & 2 & -3 \\ -1 & 1 & 3 \\ 2 & 0 & -1 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} -1/18 & 1/9 & 0.5 \\ 5/18 & 4/9 & 0.5 \\ -1/9 & 2/9 & -1 \end{pmatrix}$$

$$5. \begin{pmatrix} -2 & 2 & -3 & 3 \\ -1 & 1 & 3 & -1 \\ 2 & 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}^{-1} \Rightarrow \text{cette matrice n'est pas inversible car pas carrée.}$$